

Test 24 Verifica della duttilità delle sezioni in C.A. secondo le “Norme Tecniche per le Costruzioni 2018”

Revisione: 00
 Data: 09/04/18
 Programma: PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1
 Versione: 2018.03.180
 Files: duttilità.PSP

- **Scopo:**

Validazione della verifica di duttilità prevista dalle Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 (*NTC2018 – formula [7.1.28b]*), secondo il paragrafo 7.4.4.1.2 delle NTC2018.

- **Descrizione test:**

Si considera un telaio spaziale soggetto ad azioni permanenti e sismiche a due piani in c.a. (figura 1), caratterizzato da *c/s ordinario C25/30* per travi e pilastri e *acciaio B450C* per le barre d'armatura, e dimensioni dei pilastri 50x50 mentre le travi hanno dimensioni 30x40.

Per la quantificazione dell'azione sismica si è assunto: località *Ferrara* (Longitudine: 11.618, Latitudine: 44.836), classe d'uso *II*, Vita nominale $V_n = 50$ anni, categoria di suolo di fondazione *B* e categoria topografia *T1*.

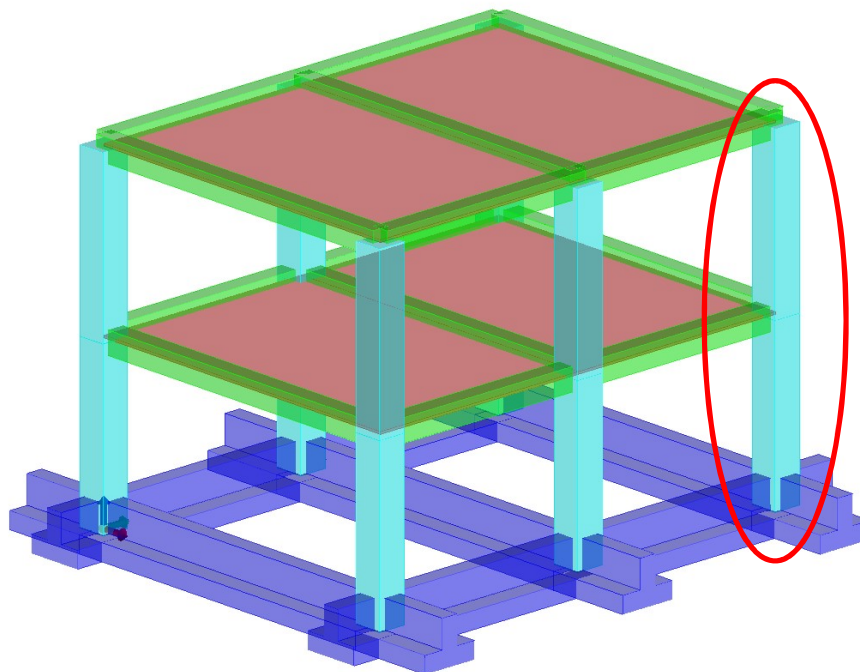


Figura 1: Modello Strutturale Tridimensionale

La verifica di duttilità è stata eseguita su una pilastrata (evidenziata in rosso) come previsto dalla paragrafo 4.1.2.3.4.2 :

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

4.1.2.3.4.2 Verifiche di resistenza e duttilità

Con riferimento alla sezione pressoinflessa, rappresentata in Fig. 4.1.4, la capacità, in termini di resistenza e duttilità, si determina in base alle ipotesi di calcolo e ai modelli $\sigma-\epsilon$ di cui al § 4.1.2.1.2.

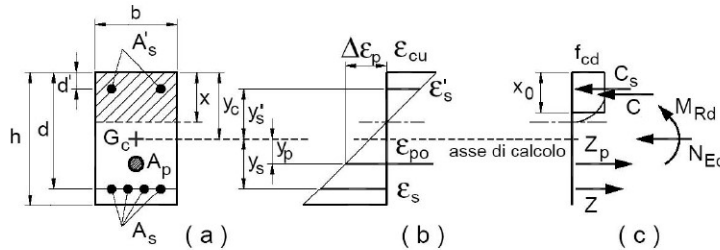


Fig. 4.1.4 - Sezione pressoinflessa

Le verifiche si eseguono confrontando la capacità, espressa in termini di resistenza e, quando richiesto al § 7.4 delle presenti norme, di duttilità, con la corrispondente domanda, secondo le relazioni:

$$M_{Rd} = M_{Rd}(N_{Ed}) \geq M_{Ed} \quad [4.1.18a]$$

$$\mu_\phi = \mu_\phi(N_{Ed}) \geq \mu_{Ed} \quad [4.1.18b]$$

dove

M_{Rd} è il valore di progetto del momento resistente corrispondente a N_{Ed} ;

N_{Ed} è il valore di progetto dello sforzo normale sollecitante;

M_{Ed} è il valore di progetto del momento di domanda;

μ_ϕ è il valore di progetto della duttilità di curvatura corrispondente a N_{Ed} ;

μ_{Ed} è la domanda in termini di duttilità di curvatura.

Figura 2: Paragrafo 4.1.2.3.4.2 NTC18

La *domanda* in termini di duttilità in curvatura μ_{Ed} viene calcolata come previsto dal paragrafo 7.4.4.2.2, il quale richiama quanto enunciato nel paragrafo 7.4.4.1.2. Tale duttilità sarà funzione di q_0 , ovvero il valore massimo del fattore di struttura (misurato come rapporto α_u/α_1 che dipende, dal materiale, dalla tipologia, dal livello di duttilità globale della struttura, dalla sovrarresistenza e della regolarità in pianta della struttura), da T_1 ovvero il periodo fondamentale della struttura (ne avremo uno lungo x T_{1x} ed uno lungo y T_{1y}) e da T_c ovvero il periodo in cui nello spettro comincia il ramo ad accelerazione costante.

7.4.4.1.2 Verifiche di duttilità (DUT)

La duttilità si quantifica mediante il fattore di duttilità che, per ciascuno dei parametri abitualmente considerati (curvatura, spostamento), è il rapporto tra il valore massimo raggiunto dal parametro in esame e il valore del parametro stesso all'atto della prima plasticizzazione.

Qualora sia necessario verificare (ai sensi del § 7.3.6.1) che la struttura possieda una capacità in duttilità, locale e globale, superiore alla corrispondente domanda si deve operare come segue, riferendosi alla duttilità in curvatura (locale) e alla duttilità in spostamento (globale).

La domanda in duttilità di curvatura allo SLC nelle zone dissipative, espressa mediante il fattore di duttilità in curvatura μ_ϕ , qualora non si proceda ad una determinazione diretta mediante analisi non lineare, può essere valutata in via approssimata come:

$$\mu_\phi = \begin{cases} 1,2 \cdot (2q_0 - 1) & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1,2 \cdot \left(1 + 2(q_0 - 1) \frac{T_c}{T_1} \right) & \text{per } T_1 < T_c \end{cases} \quad [7.4.3]$$

dove T_1 è il periodo proprio fondamentale della struttura.

La capacità in duttilità di curvatura può essere calcolata come indicato al § 4.1.2.3.4.2.

Figura 3: Paragrafo 7.4.4.1.2 NTC18

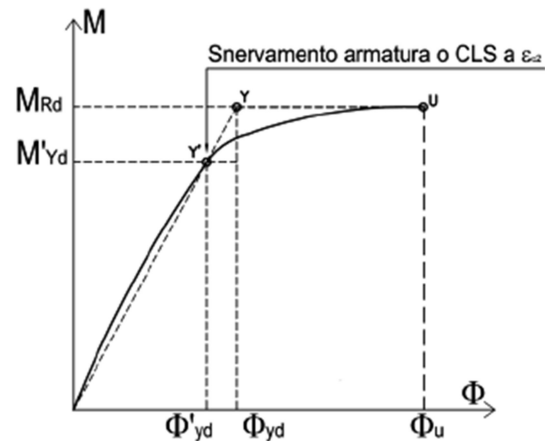
La *capacità* in termini di duttilità in curvatura μ_ϕ può essere calcolata, separatamente per le due direzioni principali di verifica, come rapporto tra la curvatura cui corrisponde una riduzione del 15% della massima resistenza a flessione – oppure il

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo e/o dell'acciaio – e la curvatura convenzionale di prima plasticizzazione ϕ_{yd} espressa dalla relazione seguente:

$$\phi_{yd} = \frac{M_{Rd}}{M'_{yd}} \phi'_{yd}$$

- ϕ'_{yd} è la minore tra la curvatura calcolata in corrispondenza dello snervamento dell'armatura tesa (Figura 4.a) e la curvatura calcolata in corrispondenza della deformazione di picco (ϵ_{c2} se si usa il modello parabola-rettangolo oppure ϵ_{c3} se si usa il modello triangolorettagolo) del calcestruzzo compresso (Figura 4.b);
- M_{Rd} è il momento resistente della sezione allo SLU;
- M'_{yd} è il momento corrispondente a ϕ'_{yd} e può essere assunto come momento resistente massimo della sezione in campo sostanzialmente elastico.



$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_u}{\phi_{yd}}$$

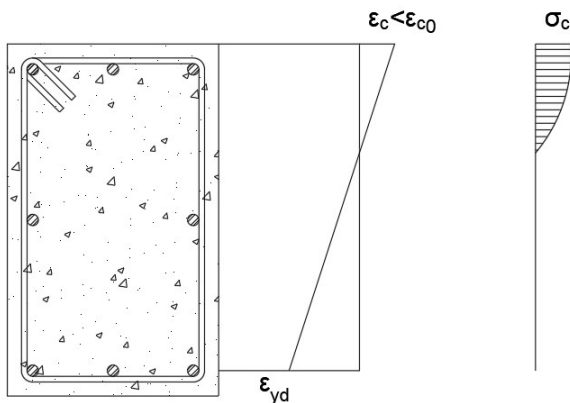


Figura 4.a: Calcolo Momento sostanzialmente elastico

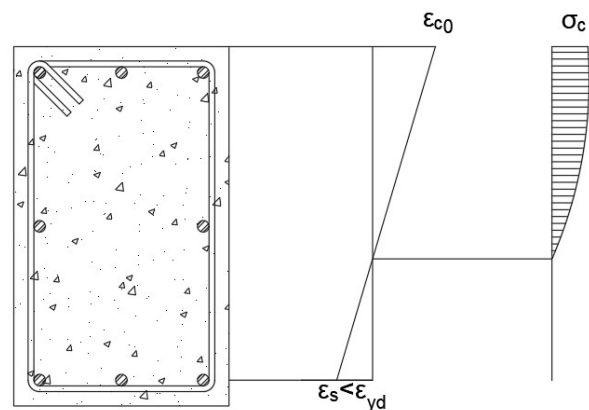


Figura 4.b: Calcolo Momento sostanzialmente elastico

La curvatura ultima viene calcolata considerando i legame del calcestruzzo confinato riportati nel paragrafo 4.1.2.1.2.1 delle NTC'18, poiché l'effetto di confinamento delle staffe porta al raggiungimento di valori di deformazione maggiori del valore di deformazione ultimo del calcestruzzo. Considerando valori di deformazione ultima del solo calcestruzzo ($\epsilon_{cu} = 0.0035$) ci condurrà a valori molto bassi della capacità di duttilità in curvatura μ_{ϕ} tali da non soddisfare mai la domanda sopracitata per valori del fattore di struttura $q \geq 3.0$. Il confinamento del calcestruzzo è normalmente generato da staffe chiuse e legature interne, che possono raggiungere la tensione di snervamento a causa della dilatazione laterale del calcestruzzo stesso a cui tendono ad opporsi. Il confinamento consente al calcestruzzo di raggiungere tensioni e deformazioni più elevate di quelle proprie del calcestruzzo non confinato. Le altre caratteristiche meccaniche si possono considerare inalterate.

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot (1,0 + 5,0 \cdot \sigma_2 / f_{ck}) \quad \text{per } \sigma_2 \leq 0,05 f_{ck} \quad [4.1.8]$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot (1,125 + 2,5 \cdot \sigma_2 / f_{ck}) \quad \text{per } \sigma_2 > 0,05 f_{ck} \quad [4.1.9]$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \cdot (f_{ck,c} / f_{ck})^2 \quad [4.1.10]$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu} + 0,2 \cdot \sigma_2 / f_{ck} \quad [4.1.11]$$

$$f_{cd,c} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck,c} / \gamma_c \quad [4.1.12]$$

essendo σ_2 la pressione laterale efficace di confinamento allo *SLV* mentre ε_{c2} ed ε_{cu} sono valutate in accordo al § 4.1.2.1.2.1.

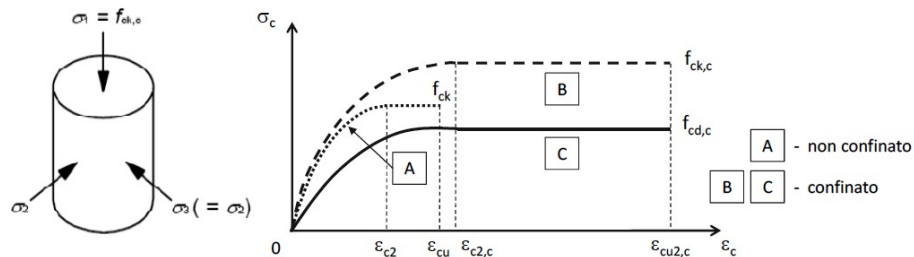


Figura 5: Modelli del calcestruzzo confinato

La pressione efficace di confinamento σ_2 può essere determinata attraverso la relazione seguente:

$$\sigma_2 = \alpha \cdot \sigma_1 \quad [4.1.12.a]$$

dove α è un coefficiente di efficienza (≤ 1), definito come rapporto fra il volume $V_{c,eff}$ di calcestruzzo efficacemente confinato ed il volume V_c dell'elemento di calcestruzzo, depurato da quello delle armature longitudinali (generalmente trascurabile) e σ_1 è la pressione di confinamento esercitata dalle armature trasversali.

La pressione laterale può essere valutata, per ogni direzione principale della sezione, direttamente da considerazioni di equilibrio sul nucleo confinato, in corrispondenza della tensione di snervamento dell'armatura trasversale, come di seguito indicato.

a) Per sezioni rettangolari

Per le due direzioni principali della sezione x e y valgono, rispettivamente, le relazioni:

$$\sigma_{l,x} = \frac{A_{st,x} \cdot f_{yk,st}}{b_y \cdot s}; \quad \sigma_{l,y} = \frac{A_{st,y} \cdot f_{yk,st}}{b_x \cdot s} \quad [4.1.12.b]$$

dove $A_{st,x}$ e $A_{st,y}$ sono il quantitativo totale (aree delle sezioni) di armatura trasversale in direzione parallela, rispettivamente, alle direzioni principali x e y , b_x e b_y sono le dimensioni del nucleo confinato nelle direzioni corrispondenti (con riferimento alla linea media delle staffe), s è il passo delle staffe, $f_{yk,st}$ è la tensione caratteristica dell'acciaio delle staffe.

La pressione laterale equivalente σ_l può essere determinata attraverso la relazione:

$$\sigma_l = \sqrt{\sigma_{l,x} \cdot \sigma_{l,y}} \quad [4.1.12.c]$$

Figura 6: Pressione efficace di confinamento

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

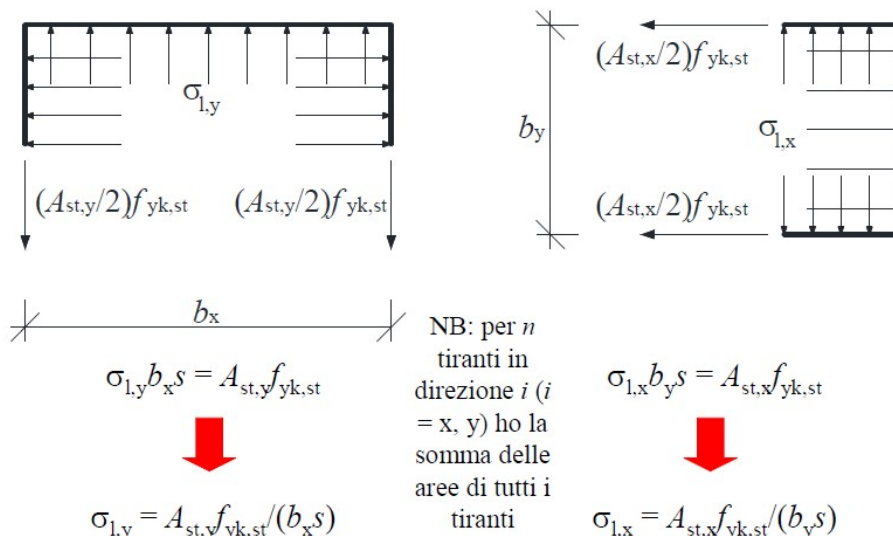


Figura 7: Calcolo della pressione efficace di confinamento

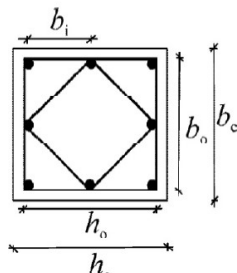
Il coefficiente di efficienza α può essere valutato come prodotto di un termine relativo alla disposizione delle armature trasversali nel piano della sezione e di un termine relativo al passo delle staffe, attraverso la relazione:

$$\alpha = \alpha_n \alpha_s$$

- sezioni rettangolari:

$$\alpha_n = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0h_0} \quad \alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s}{2h_0}\right)$$

dove n è il numero di barre vincolate dalle staffe e b_i la loro distanza.



$$h_0 \equiv b_x \text{ (linea media st.)}$$

$$b_0 \equiv b_y \text{ (linea media st.)}$$

Figura 8: Coefficiente di efficienza

La verifica di duttilità delle sezioni avviene:

- Calcolo delle Momento e Curvatura sostanzialmente elastico M'_{yd}, ϕ'_{yd}
- Calcolo delle Momento Ultimo con calcestruzzo non confinato M_{Rd}
- Calcolo della Curvatura a Snervamento $\phi_{yd} = \frac{M_{Rd}}{M'_{yd}} \phi'_{yd}$
- Calcolo delle Momento e Curvatura ultimo con calcestruzzo confinato M_u, ϕ_u
- Calcolo della capacità di duttilità $\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_{yd}}$ e della domanda di duttilità in curvatura
- Verifica della Duttilità in curvatura $\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}}$ (verificato se $\delta \leq 1$)

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

Verifica Duttilità delle sezioni con il software PRO_SAP

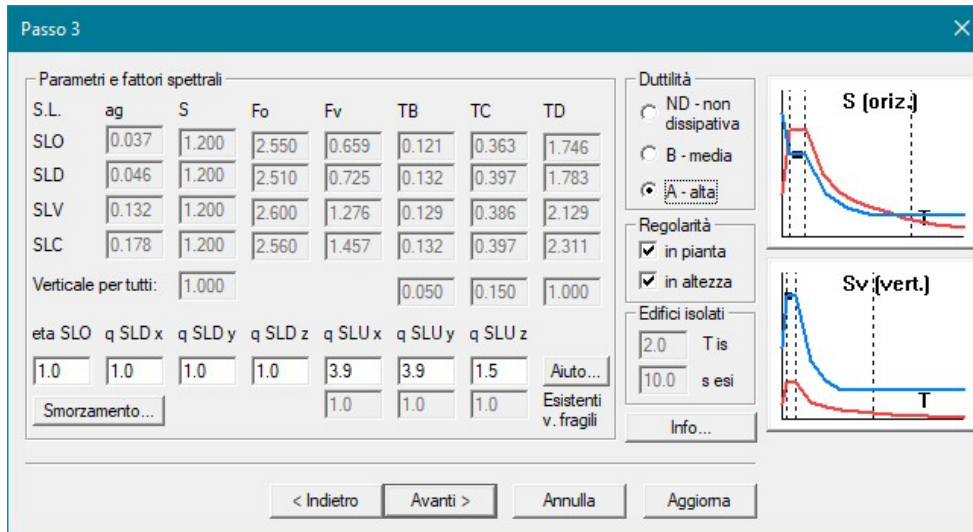


Figura 9: Calcolo del periodo Tc e del fattore di struttura q₀

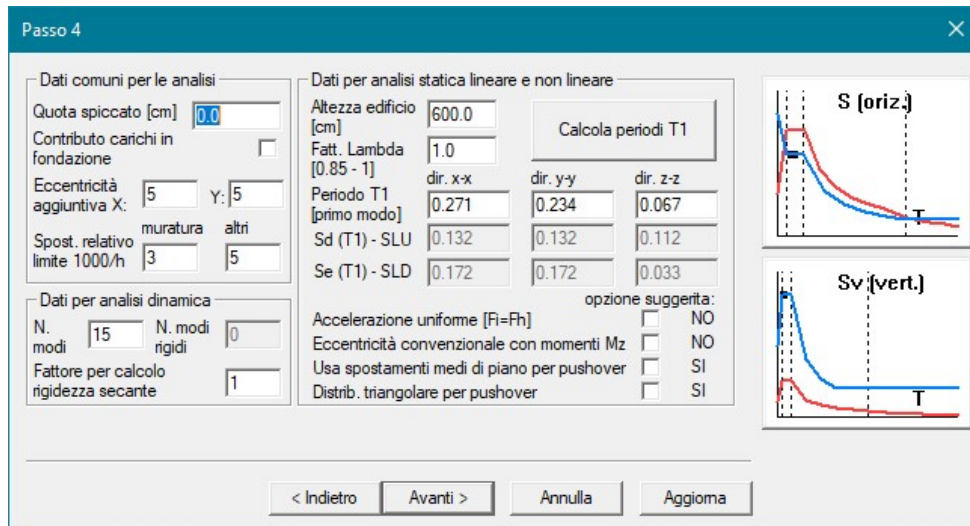


Figura 10: Calcolo del periodo Fondamentale lungo x e y e T₁

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

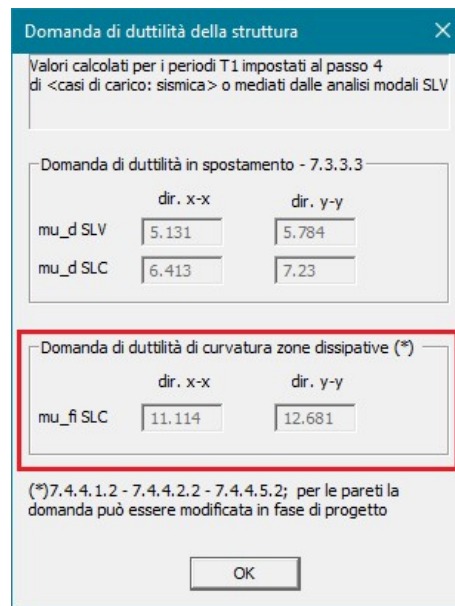


Figura 11: Domanda di duttilità in curvatura

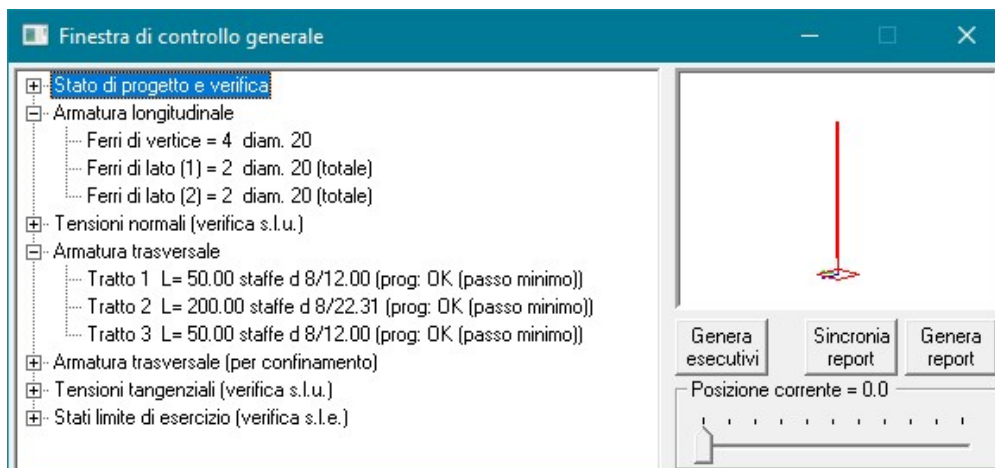


Figura 12: Armature Longitudinali e Trasversali nei Pilastr

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

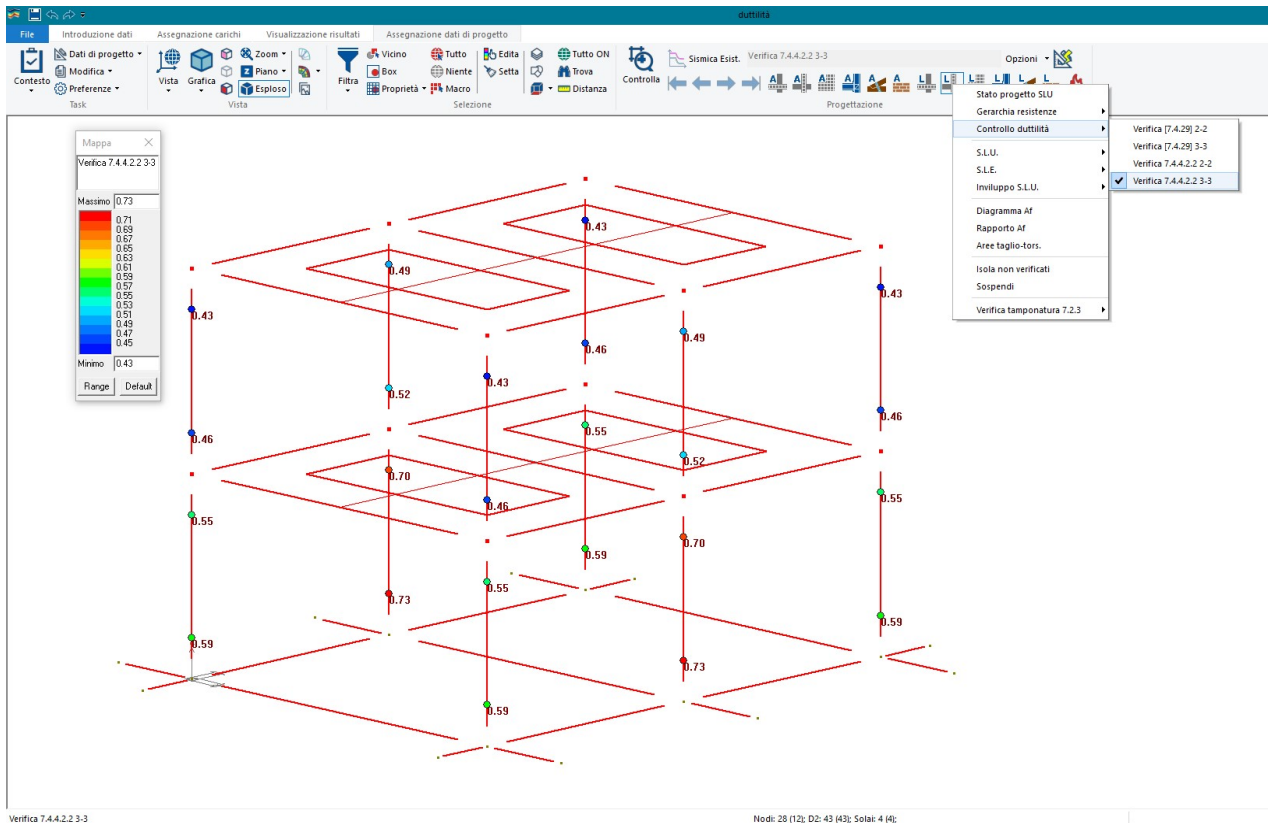


Figura 13: Verifica di duttilità nella direzione 3-3

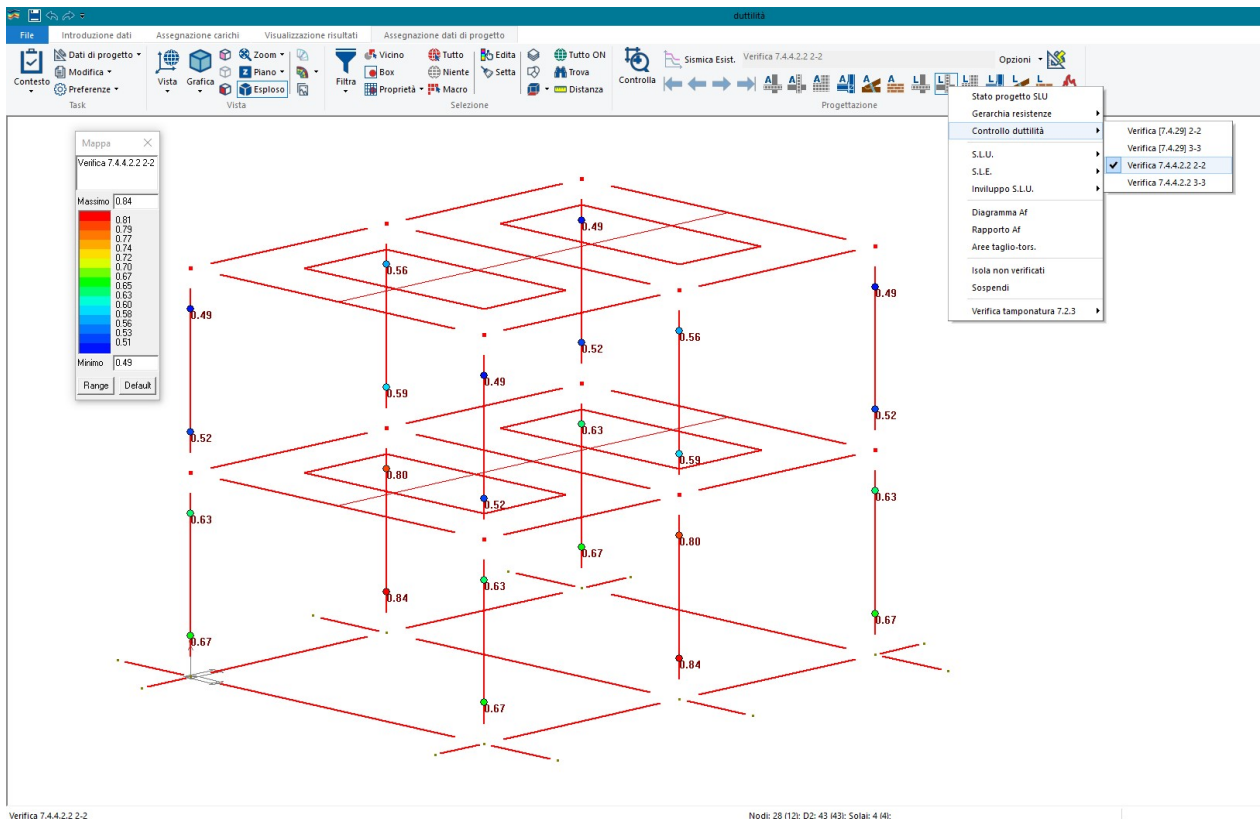


Figura 14: Verifica di duttilità nella direzione 2-2

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	ductilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

- **Tipo di confronto:**

Calcolo manuale.

- **Tabella risultati:**

Nodo	Verifica duttilità in curvatura	Soluzione teorica	Soluzione PRO_SAP	Differenza
1-x	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.49	0.49	0.00%
1-y	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.43	0.43	0.00%
2-x	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.52	0.52	0.00%
2-y	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.46	0.46	0.00%
3-x	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.63	0.63	0.00%
3-y	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.55	0.55	0.00%
4-x	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.67	0.67	0.00%
4-y	$\delta = \frac{\mu_{\phi C}}{\mu_{\phi D}} [-]$	0.59	0.59	0.00%

- **Commenti:**

I risultati numerici sono in Perfetto accordo con quelli teorici;

- **Allegati:**

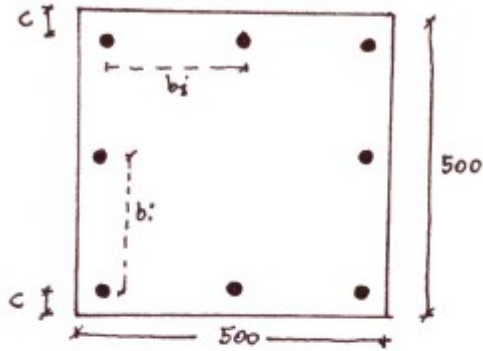
Calcoli manuali.

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

VERIFICA DUTTILITÀ

①

SEZIONE QUADRATA 50x50



$$q_0 = 3.9$$

$$T_c = 0.386 \text{ s}$$

$$T_{1x} = 0.271 \text{ s}$$

$$T_{1y} = 0.234 \text{ s}$$

$$\bullet T_c > T_{1x}$$

$$\mu \phi_{0x} = 1.2 \left(1 + 2(q_0 - 1) \frac{T_c}{T_{1x}} \right) = 11.11$$

$$\bullet T_c > T_{1y}$$

$$\mu \phi_{0y} = 12.68$$

$$c = 38 \text{ mm}$$

$$b = 500 \text{ mm}$$

$$h = 500 \text{ mm}$$

• Armatura Long.

$$8 \phi 20$$

• Armatura trasversale

$$\phi 8 / 120 \text{ mm}$$

$$\omega_s = \frac{\pi \phi^2}{4} = 314.16 \text{ mm}^2$$

$$b_i = 212 \text{ mm}$$

• cls 25/30

$$R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ck} = 0.83 R_{ck}$$

$$f_{cd} = 0.85 \cdot 0.83 \frac{R_{ck}}{\gamma_c} = 14.11 \text{ N/mm}^2$$

$\gamma_c > 1.5$

• B450c

$$f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{450}{\gamma_s} = 391.30 \text{ N/mm}^2$$

$\gamma_s > 1.15$

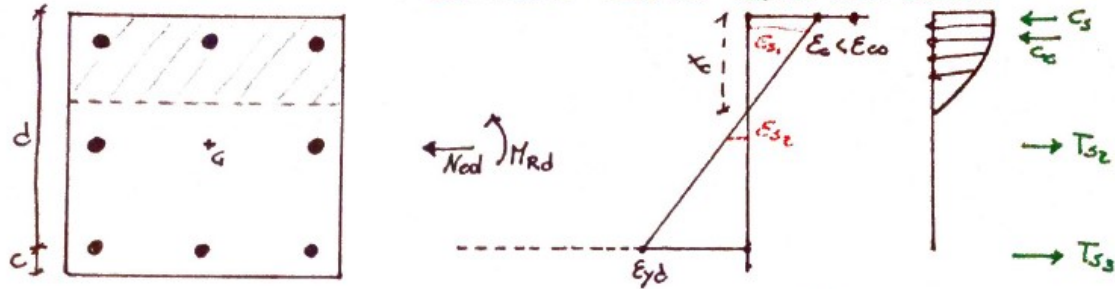
$$E_s = 206'000 \text{ N/mm}^2$$

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

VERIFICA NODO n° 1.

②

Momento sostanzialmente elastico-rottura lato opposto



$$C_c + C_s - T_{s2} - T_{s3} = N_{ed} \Rightarrow x_c = 143,42 \text{ mm}$$

• verifica armature 1, 2

$$\epsilon_{s1} < \epsilon_{yd}$$

$$\epsilon_{s2} < \epsilon_{yd}$$

$$M_c + C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - c\right) + T_{s3} \cdot \left(\frac{h}{2} - c\right) = M'_{yd}$$

$$M'_{yd} = 180,15 \text{ KN}\cdot\text{mm}$$

$$\phi'_{yd} = \frac{\epsilon_{yd}}{d - x_c} = 6,14 \cdot 10^{-6}$$

$$N_{ed} = 51196 \text{ N}$$

$$C_c = \int_0^{x_c} \sigma_c \cdot b \cdot dx$$

$$C_s = 3 \omega_s \cdot E_s \cdot \epsilon_{s1}$$

$$T_{s2} = 2 \omega_s \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2}$$

$$T_{s3} = 3 \omega_s \cdot f_{yd}$$

$$\epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_{yd}}{d - x_c} \cdot (x_c - c)$$

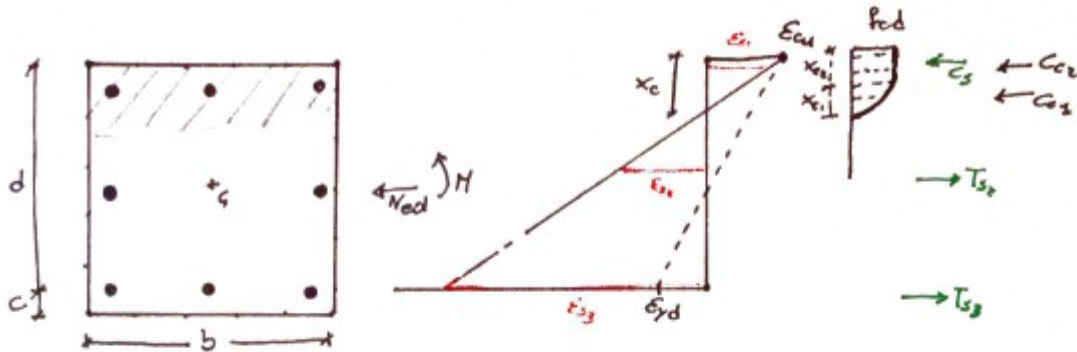
$$\epsilon_{s2} = \frac{\epsilon_{yd}}{d - x_c} \cdot \left(\frac{h}{2} - x_c\right)$$

$$M_c = \int_0^{x_c} \sigma_c \cdot b \cdot (x - x_g) \cdot dx$$

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

Momento Ultimo calcestruzzo non-confinato ($\epsilon_{cu} = 0.0035$)

③



$$N_{ed} = 51196 \text{ N}$$

$$\bullet C_{c1} + C_{c2} + C_s - T_{s2} - T_{s3} = N_{ed} \Rightarrow x_c = 66,08 \text{ mm}$$

verifica

$$\epsilon_{s1} < \epsilon_{yd} \quad \text{OK}$$

$$\epsilon_{s2} > \epsilon_{yd} \quad \text{OK}$$

$$\epsilon_{s3} > \epsilon_{yd} \quad \text{OK}$$

$$\bullet M_c + C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - c\right) + T_{s3} \left(\frac{h}{2} - c\right) = M_u$$

$$M_u = 220,54 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$C_{s1} = 3 \omega_s \cdot E_s \cdot \epsilon_{s1}$$

$$T_{s2} = 2 \omega_s \cdot f_{yd}$$

$$T_{s3} = 3 \omega_s \cdot f_{yd}$$

$$C_c = C_{c1} + C_{c2}$$

C_{c1} = tratto parabolico

C_{c2} = tratto costante

$$\epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_{cu}}{x_c} \cdot (x_c - c)$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\epsilon_{cu}}{x_c} \cdot \left(\frac{h}{2} - x_c\right)$$

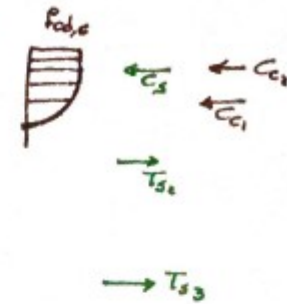
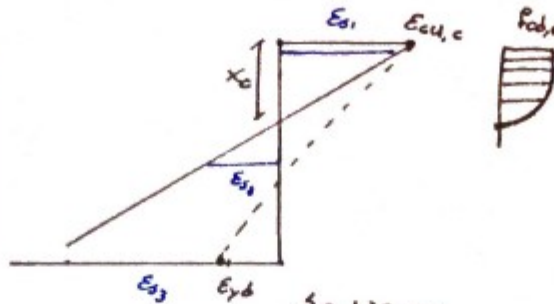
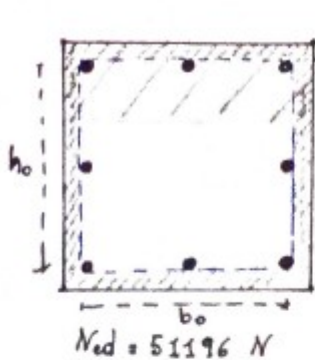
$$\epsilon_{s3} = \frac{\epsilon_{cu}}{x_c} (d - x_c)$$

$$M_c = \int_0^{x_c} \sigma_c \cdot b \cdot (x - x_c) dx$$

$$\phi_{yd} = \frac{M_u}{M_{yd}} \cdot \phi' d = 7,82 \cdot 10^{-6}$$

Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

Momento Ultimo calcestruzzo confinato



La parte di copriferro viene esclusa dal calcolo

$$C_{c1} + C_{c2} + C_s - T_{s2} - T_{s3} = N_{ed}$$

$$x_0 = 45,49 \text{ mm}$$

verifico armature

$$\epsilon_{s2} \geq \epsilon_{yd} \quad \text{ok}$$

$$\epsilon_{s2} \geq \epsilon_{yd} \quad \text{ok}$$

$$\epsilon_{s3} \geq \epsilon_{yd} \quad \text{ok}$$

$$M_{ed} + C_s \left(\frac{h}{2} - c\right) + T_{s3} \left(\frac{h}{2} - c\right) =$$

$$M_u = 214,22 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$\phi_u = 0,0001943$$

$s = 120 \text{ mm}$
 $b_0 = 452 \text{ mm}$
 $h_0 = 452 \text{ mm} \rightarrow$ sezione confinata

$$f_{ck,c} = 28,22 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd,c} = 15,99 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_h = 1 - \sum \frac{b_i^2}{6b_0h_0} = 0,707$$

$$\alpha_{s1} = \left(1 - \frac{s}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s}{2h_0}\right) = 0,752$$

$$\alpha = \alpha_h \cdot \alpha_{s1} = 0,5312$$

$$\sigma_{1x} = 1,25 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1y} = 1,25 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_{1x} \cdot \sigma_{1y}} = 1,25 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = \alpha \sigma_1 = 0,66497 \text{ N/mm}^2$$

$$C_c = C_{c1} + C_{c2} =$$

$$T_{s2} = 2 \omega_s f_{yd}$$

$$T_{s3} = 3 \omega_s f_{yd}$$

$$C_s = 3 \omega_s f_{yd}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\epsilon_{cu,c}}{x_0} (x_0 - c)$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\epsilon_{cu,c}}{x_0} \left(\frac{h}{2} - x_0\right)$$

$$\epsilon_{s3} = \frac{\epsilon_{cu,c}}{x_0} (d - x_0)$$

$$M_c = \int_0^{x_0} \sigma_c \cdot b \cdot (x - x_0) dx$$

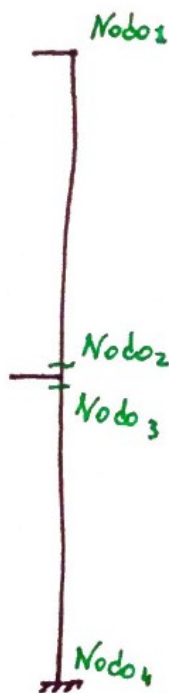
Rev:	Data:	File:	Programma:	Tecnico:
00	09/04/18	duttilita.PSP	PRO_SAP RY2018(b) Versione 18.1.1	Ing. Giuseppe Meringolo

$$\mu_{\phi_{cx}} = \phi_u / \phi_{yd} = 25,8457$$

$$\underline{\delta_x = 0.43}$$

$$\mu_{\phi_{cy}} = \phi_u / \phi_{yd} = 25,8457$$

$$\underline{\delta_y = 0.49}$$



Nodo	N [N]	δ_x	δ_y
2	69946	<u>0.46</u>	<u>0.52</u>
3	129800	<u>0.55</u>	<u>0.63</u>
4	148600	<u>0.59</u>	<u>0.67</u>